FUNDACJA SIGMA SCHOOL
EDUKACJA ROZWÓJ INNOWACJA

Zadania treningowe i rozwiązania

Klasy IV-VIII | Przygotowanie do etapu I

75 zadań - po 15 dla każdej klasy.

W zestawie: 10 zadań ABCD i 5 z krótką odpowiedzią.

Najpierw zadania do samodzielnej pracy, potem pełne rozwiązania.

Materiał treningowy. To nie są arkusze właściwego konkursu.

Klasa	Zadania	Rozwiązania
IV	2-9	43-47
V	10-17	48-53
VI	18-25	54-59
VII	26-33	60-64
VIII	34-42	65-70

Pracuj na kartce i bez kalkulatora. Do rozwiązań zajrzyj po własnej próbie.

Opracowanie zgodne z zakresem etapu I w Załączniku nr 1 do regulaminu.

Podpowiedzi: sigmaschool.pl/zadania-treningowe.html

Aktualizacja po weryfikacji: 16 listopada 2026 r.

Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zadania 1-10: zaznacz jedną odpowiedź. Zadania 11-15: wpisz krótki wynik.

1. Wspólne klamerki

Osiem rysunków wisi obok siebie w jednym rzędzie. Pomiędzy każdymi dwoma sąsiednimi rysunkami jedna klamerka przytrzymuje oba rysunki. Na lewym i prawym końcu całego rzędu jest jeszcze po jednej klamerce. Innych klamerek nie ma. Ile klamerek użyto?

A. 8

B. 9

C. 10

D. 16

2. Pięć notesów

Jeden notes kosztuje 7 zł. W promocji zestaw trzech takich notesów kosztuje tyle, co dwa notesy kupione pojedynczo. Można łączyć zakupy zestawów i pojedynczych notesów. Ile najmniej trzeba zapłacić za dokładnie pięć notesów?

A. 21 zł

B. 35 zł

C. 28 zł

D. 42 zł

3. Kolejka do pracowni

Ada, Bartek, Celina i Dawid stoją w kolejce, po jednej osobie na każdym z czterech miejsc. Ada stoi bezpośrednio przed Dawidem. Celina stoi przed Bartkiem, ale niekoniecznie bezpośrednio przed nim. Bartek nie stoi ani pierwszy, ani ostatni. Kto stoi ostatni?

A. Ada

B. Bartek

C. Celina

D. Dawid

Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

4. Zegar w przedpokoju

Ola musi być w pracowni najpóźniej o 11:00. Droga z domu zajmuje jej 10 minut. Zegar w przedpokoju spieszy się o 7 minut, czyli zawsze pokazuje godzinę o 7 minut późniejszą od prawdziwej. Jaką godzinę może najpóźniej wskazywać ten zegar, gdy Ola wychodzi z domu, aby zdążyć?

A. 10:43

B. 10:50

C. 10:57

D. 11:07

5. Przestawianie plakietek

Pięć plakietek leży w rzędzie w kolejności A, B, C, D, E. W jednym ruchu wolno albo przenieść pierwszą plakietkę na koniec rzędu, albo odwrócić kolejność całego rzędu. Można wykonać dowolnie wiele takich ruchów. Którego układu nie da się otrzymać?

A. E, A, B, C, D

B. E, D, C, B, A

C. A, C, B, D, E

D. C, D, E, A, B

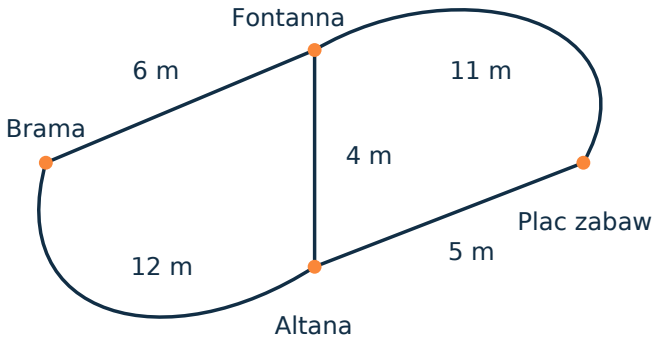
Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

6. Przez ogród

W ogrodzie są cztery miejsca: brama, fontanna, altana i plac zabaw. Łączy je dokładnie pięć ścieżek: brama-fontanna 6 m, fontanna-altana 4 m, altana-plac zabaw 5 m, brama-altana 12 m oraz fontanna-plac zabaw 11 m. Niektóre ścieżki są kręte. Podane liczby oznaczają długość przejścia daną ścieżką. Każdą ścieżką można iść w obie strony. Nie wolno chodzić poza ścieżkami. Ile metrów ma najkrótsza droga od bramy do placu zabaw?



Schemat ścieżek, nie w skali.

A. 15 m

B. 17 m

C. 20 m

D. 23 m

7. Uparta waga

Elektroniczna waga dodaje do rzeczywistej masy zawsze tę samą liczbę gramów. Gdy położono na niej jedną paczkę, wskazała 18 g. Gdy położono dwie takie same paczki razem, wskazała 30 g. Ile naprawdę waży jedna paczka?

A. 6 g

B. 15 g

C. 18 g

D. 12 g

Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

8. Jedno połączenie drugi raz

Cztery stanowiska oznaczono A, B, C i D. Każda para stanowisk jest połączona osobną drogą: A-B, A-C, A-D, B-C, B-D i C-D. Drogami wolno chodzić w obie strony; przejść z jednej drogi na drugą można tylko przy stanowisku. Kurier zaczyna przy A i kończy przy B. Ma przejść jedną z dróg dokładnie dwa razy, a każdą z pozostałych dokładnie raz. Którą drogę musi przejść dwukrotnie?

A. A-B

B. A-C

C. B-D

D. C-D

9. Pytania, które nie wystarczą

Hania wybrała jedną z liczb od 1 do 8. Odpowiada zgodnie z prawdą wyłącznie na trzy rodzaje pytań: „Czy liczba jest większa niż 4?”, „Czy liczba jest parzysta?” oraz „Czy liczba jest mniejsza niż 3?”. Pytania można zadawać w dowolnej kolejności i powtarzać. Której z podanych par liczb nie można rozróżnić na podstawie takich odpowiedzi?

A. 5 i 7

B. 1 i 3

C. 2 i 6

D. 4 i 8

Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

10. Paczuszki z kredkami

Mamy sześć zamkniętych paczuszek zawierających kolejno 8, 7, 4, 4, 4 i 3 kredki. Paczuszek nie wolno otwierać ani dzielić. Do jednego pudełka można włożyć paczuszki zawierające łącznie najwyżej 10 kredek. Ile najmniej pudełek potrzeba, aby zapakować wszystkie paczuszki?

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

11. Czas na oprawę

Drukarka automatycznie drukuje plakat przez 15 minut. W tym czasie Lena może składać ramkę; zajmuje jej to 12 minut. Gdy plakat jest już wydrukowany, a ramka gotowa, Lena potrzebuje jeszcze 4 minut na umieszczenie plakatu w ramce. Składanie ramki zaczyna najwcześniej w chwili włączenia drukarki. Ile najmniej minut od włączenia drukarki potrzeba, aby oprawiony plakat był gotowy?

Odpowiedź: .....

12. Nocny kod

Kod składa się z pięciu symboli zapisanych w rzędzie. W każdym miejscu można umieścić słońce, księżyc albo gwiazdę. Pierwszy symbol musi być słońcem, a ostatni księżycem. Dwa sąsiednie symbole nie mogą być jednakowe. Ile różnych kodów można ułożyć? Kody czytamy od lewej do prawej.

Odpowiedź: .....

Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

13. Stroje drużyn

Dla każdej drużyny wybieramy kolor czapki, koszulki i chusty. Każdy z tych elementów może być granatowy albo pomarańczowy. Stroje każdych dwóch drużyn muszą różnić się kolorem co najmniej dwóch elementów. Ile najwięcej drużyn może otrzymać tak dobrane stroje?

Odpowiedź: .....

14. Dwie prawdziwe wskazówki

Zosia wybrała dwie różne liczby spośród 1, 2, 3, 4, 5 i 6. Podała trzy wskazówki: „Suma tych liczb jest większa niż 7”, „Wynik mnożenia tych liczb jest mniejszy niż 15”, „Większa z wybranych liczb to 5”. Dokładnie dwie wskazówki są prawdziwe. Ile różnych par liczb mogła wybrać? Kolejność liczb w parze nie ma znaczenia.

Odpowiedź: .....

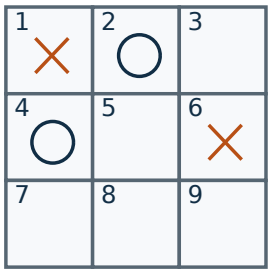
Klasa IV | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

15. Dwa sposoby na wygraną

Na planszy do gry w kółko i krzyżyk pola są ponumerowane rzędami: w górnym rzędzie 1, 2, 3; w środkowym 4, 5, 6; w dolnym 7, 8, 9. Oskar stawia X, a Ola O. Wygrywa ten, kto zajmie trzy pola w jednym rzędzie, jednej kolumnie lub na jednej z dwóch przekątnych. Na polach 1 i 6 są już X, a na polach 2 i 4 są O. Pozostałe pola są wolne. Teraz Oskar zajmie jedno wolne pole, potem Ola jedno wolne pole. Które pole powinien teraz zająć Oskar, aby niezależnie od ruchu Oli móc wygrać, stawiając swój kolejny X? Podaj numer pola.



Odpowiedź: .....

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zadania 1-10: zaznacz jedną odpowiedź. Zadania 11-15: wpisz krótki wynik.

1. Trzy dni pracy

Zespół malował dużą planszę. W poniedziałek pomalował 3/10 całej planszy, we wtorek kolejne 4/10 całej planszy, a w środę resztę. Żadnego fragmentu nie malowano dwa razy. O jaką część całej planszy więcej pomalowano we wtorek niż w środę?

A. 1/10

B. 3/10

C. 4/10

D. 7/10

2. Dwa znaczki

Na stole leżą dwa prostokątne papierowe znaczki, każdy o wymiarach 6 cm na 4 cm. Znaczki częściowo zachodzą na siebie. Ich wspólna część jest kwadratem o boku 2 cm. Jakie pole stołu zakrywają razem?

A. 40 cm²

B. 48 cm²

C. 44 cm²

D. 52 cm²

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

3. Trzy kolory po wymianach

Na początku mamy 27 białych żetonów i żadnych innych. Wolno wymieniać dwa białe żetony na jeden granatowy albo trzy granatowe na jeden pomarańczowy. Każdą z tych wymian wolno też wykonać w odwrotną stronę. Nie można dodawać ani zabierać żetonów w inny sposób. Po pewnej liczbie wymian mamy tyle samo żetonów każdego z trzech kolorów. Ile żetonów każdego koloru wtedy mamy?

A. 2

B. 3

C. 6

D. 9

4. Najkrótszy z pasujących pasków

Do wykonania ozdoby potrzebny jest pasek dłuższy niż 0,6 m. Do wyboru są paski długości: 0,58 m, 0,65 m, 0,605 m i 0,6 m. Który z pasujących pasków jest najkrótszy?

A. 0,58 m

B. 0,65 m

C. 0,6 m

D. 0,605 m

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

5. Dziurki w złożonym pasku

Papierowy pasek długości 40 cm składamy na pół, nakładając jeden jego koniec na drugi, a potem tak samo jeszcze raz na pół. Złożony pasek ma długość 10 cm i cztery warstwy. Przekłuwamy wszystkie warstwy w jednym miejscu, oddalonym o 3 cm od jednego z końców złożonego paska; odległość mierzymy wzdłuż jego długości. Po całkowitym rozłożeniu w pasku są cztery dziurki. Jaka jest najmniejsza odległość między sąsiednimi dziurkami, mierzona wzdłuż paska?

A. 3 cm

B. 10 cm

C. 14 cm

D. 6 cm

6. Tablica podzielona na dwie części

Prostokątną tablicę podzielono na dwa prostokąty jednym odcinkiem równoległym do jej krótszych boków. Odcinek podziału ma długość 8 cm. Obwody otrzymanych prostokątów wynoszą 26 cm i 34 cm. Jaki jest obwód całej tablicy?

A. 30 cm

B. 50 cm

C. 44 cm

D. 60 cm

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

7. Trzy odczyty z regału

Regał ma pięć półek, ponumerowanych od góry od 1 do 5. Na półkach 1, 2 i 3 stoi razem 18 figurek; na półkach 2, 3 i 4 - razem 24 figurki; a na półkach 3, 4 i 5 - razem 21 figurek. Na pierwszej półce jest 6 figurek, a na piątej 5. Ile figurek stoi na trzeciej półce?

A. 3

B. 4

C. 5

D. 8

8. Nierówne kawałki papieru

Prostokątny arkusz podzielono na cztery pasy o jednakowych polach. Jeden z tych pasów podzielono dodatkowo na trzy kawałki o jednakowych polach. Pomalowano jeden z trzech niepodzielonych pasów oraz jeden z trzech małych kawałków. Jaką część pola całego arkusza pomalowano?

A. 1/6

B. 1/4

C. 1/2

D. 1/3

9. Dwie różnice w zestawie

W pudełku jest dziewięć różnych kafelków: koło, kwadrat i trójkąt, każdy w kolorze czerwonym, zielonym i niebieskim. Wybieramy dwa kafelki, które mają różne kształty i różne kolory. Ile różnych zestawów możemy wybrać? Kolejność wybierania nie ma znaczenia.

A. 18

B. 9

C. 12

D. 36

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

10. Sześć odległości

Na prostej zaznaczono cztery różne punkty. Zmierzono wszystkie sześć odległości między parami punktów. Wyniki to 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm i 6 cm, każdy dokładnie raz. Jaka jest odległość między dwoma środkowymi punktami?

A. 1 cm

B. 2 cm

C. 3 cm

D. 4 cm

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

11. Rosnący szereg modeli

W rzędzie stoi osiem modeli. Ich wysokości, od lewej do prawej, wynoszą 3, 7, 4, 8, 5, 9, 11 i 10 cm. Chcemy usunąć część modeli tak, aby każdy kolejny z pozostałych był wyższy od poprzedniego. Nie wolno zmieniać kolejności pozostawionych modeli. Ile najmniej modeli trzeba usunąć?

Odpowiedź: .....

12. Terminarz bez zbędnych przerw

Cztery drużyny A, B, C i D rozegrają turniej: każda z każdą dokładnie jeden mecz. Wszystkie sześć meczów odbywa się kolejno na jednym boisku. Jeśli jakaś drużyna występuje w dwóch kolejnych meczach, między tymi meczami musi być przerwa. W pozostałych przypadkach przerwa nie jest potrzebna. Ile najmniej przerw można zaplanować, odpowiednio ustalając kolejność meczów?

Odpowiedź: .....

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

13. Dwa stosy do wyboru

Na pięciu kartach zapisano liczby 4, 5, 6, 8 i 9. Kaja rozdziela wszystkie karty na dwa niepuste stosy. Potem Leon wybiera dla siebie jeden cały stos, a Kaja dostaje drugi. Wynik Kai to suma liczb na jej kartach. Jaki największy wynik Kaja może sobie zapewnić przez odpowiedni podział, niezależnie od tego, który stos wybierze Leon?

Odpowiedź: .....

14. Najkrótszy zapis kontrolny

Urządzenie zapisuje w jednym rzędzie wyłącznie litery A i B. W zapisie mają wystąpić wszystkie cztery fragmenty: AAA, ABB, BBA i BAB. Każdy fragment musi składać się z trzech kolejnych liter, czytanych od lewej do prawej. Fragmenty mogą się nakładać, a dodatkowe fragmenty są dozwolone. Ile najmniej liter musi mieć cały zapis?

Odpowiedź: .....

Klasa V | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

15. Iloraz taki jak reszta

Liczbę 72 podzielono z resztą przez pewną dodatnią liczbę naturalną. Otrzymany iloraz jest równy reszcie z tego dzielenia. Jaka jest największa możliwa reszta?

Odpowiedź: .....

Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zadania 1-10: zaznacz jedną odpowiedź. Zadania 11-15: wpisz krótki wynik.

1. Dwa kolory na pasku

Pasek podzielono na 18 jednakowych pól ułożonych w jednym rzędzie. Pierwsze 2/3 paska, licząc od lewej, zaznaczono na niebiesko. Prawą połowę paska zaznaczono na żółto. Jaką część całego paska zaznaczono oboma kolorami?

A. 1/6

B. 1/3

C. 1/2

D. 5/6

2. Błąd w zapisie

Średnia czterech zapisanych liczb wynosi 13. Zauważono, że jedną z nich zapisano błędnie: zamiast 10 wpisano 18. Jaka będzie średnia po poprawieniu tego błędu?

A. 10

B. 11

C. 12

D. 15

3. Dwa sklejone klocki

Dwa jednakowe prostopadłościenne klocki mają wymiary 2 cm × 3 cm × 5 cm. Sklejamy je całymi ścianami o takich samych wymiarach, bez przesunięcia. Jakie jest największe możliwe pole powierzchni zewnętrznej powstałej bryły? Nie wliczamy sklejonych ścian.

A. 94 cm²

B. 104 cm²

C. 112 cm²

D. 124 cm²

Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

4. Blisko punktu na osi

Ile liczb całkowitych leży na osi liczbowej w odległości mniejszej niż 4 od liczby -3?

A. 6

B. 8

C. 9

D. 7

5. Dwa automaty rachunkowe

Do dwóch automatów wpisano tę samą dodatnią liczbę. Automat A najpierw dzieli ją przez 2, a potem dodaje 3. Automat B najpierw dodaje 3, a potem dzieli wynik przez 2. Które zdanie jest prawdziwe dla każdej wpisanej liczby?

A. Wynik A jest o 1,5 większy od wyniku B.

B. Wynik B jest o 1,5 większy od wyniku A.

C. Wynik A jest o 3 większy od wyniku B.

D. Raz większy wynik daje automat A, a raz B - zależnie od wpisanej liczby.

6. Jedna karta zostaje

Mamy dziewięć kart, na których zapisano liczby od 1 do 9 - każdą dokładnie raz. Wybieramy osiem kart i układamy je w cztery pary. Suma liczb w każdej parze musi wynosić 8 albo 11. Jaka jest największa liczba, którą można pozostawić na niewybranej karcie?

A. 4

B. 5

C. 7

D. 9

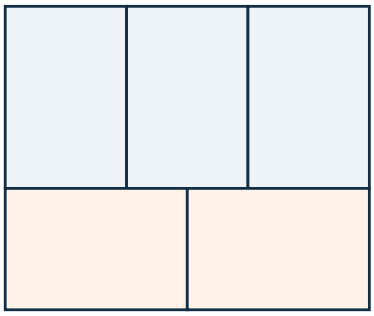
Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

7. Dwa pasy płytek

Z pięciu jednakowych prostokątnych płytek ułożono duży prostokąt, bez szczelin i nakładania płytek. Dolny pas tworzą dwie płytki ustawione dłuższymi bokami poziomo. Górny pas tworzą trzy płytki ustawione dłuższymi bokami pionowo. Oba pasy mają jednakową szerokość. Obwód dużego prostokąta wynosi 66 cm. Jakie jest pole jednej płytki?



A. 36 cm²

B. 54 cm²

C. 72 cm²

D. 108 cm²

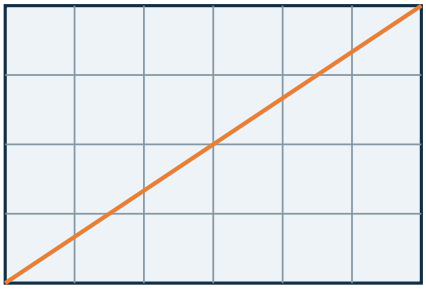
Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

8. Linia przez płytki

Prostokątną podłogę ułożono z jednakowych kwadratowych płytek: w sześciu kolumnach i czterech rzędach. Narysowano prosty odcinek od lewego dolnego do prawego górnego rogu podłogi. Przez wnętrza ilu płytek przechodzi ten odcinek? Nie liczymy płytki, jeżeli odcinek dotyka tylko jej narożnika.



A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

9. Równa powierzchnia ramki i środka

Prostokątna kartka ma wymiary 16 cm × 12 cm. Wzdłuż wszystkich czterech brzegów malujemy od wewnątrz ramkę o jednakowej szerokości. Szerokość ramki jest dodatnią całkowitą liczbą centymetrów. Pole pomalowanej ramki jest równe polu niepomalowanego środka. Jaką szerokość ma ramka?

A. 1 cm

B. 2 cm

C. 3 cm

D. 4 cm

Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

10. Cztery karty, dwa ułamki

Na czterech kartach zapisano liczby 2, 3, 4 i 5. Układamy z nich dwa ułamki, umieszczając po jednej karcie w liczniku i w mianowniku każdego ułamka. Każdej karty używamy dokładnie raz. Jaką największą wartość może mieć suma otrzymanych ułamków?

A. 19/6

B. 23/6

C. 11/3

D. 4

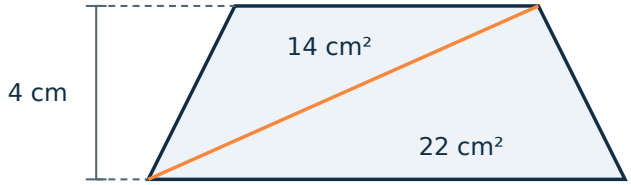
Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

11. Przekątna trapezu

Trapez ma wysokość 4 cm. Jedna z jego przekątnych dzieli go na dwa trójkąty o polach 14 cm² i 22 cm². Jaka jest różnica długości podstaw tego trapezu?



Odpowiedź: .....

12. Żetony między sąsiadami

Pięć pudełek A, B, C, D i E stoi w jednym rzędzie, w tej kolejności. Na początku w pudełku B jest 6 żetonów, w D są 2, a pozostałe pudełka są puste. W jednym ruchu wybieramy jedno z pudełek B, C lub D zawierające co najmniej 2 żetony. Wyjmujemy z niego 2 żetony i przekładamy po jednym do każdego z dwóch sąsiednich pudełek. Po pewnej liczbie takich ruchów w B i D jest po jednym żetonie, a C jest puste. Ile żetonów znajduje się wtedy w E?

Odpowiedź: .....

Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

13. Gra na siedmiu polach

Siedem pól ponumerowanych od 1 do 7 leży w jednym rzędzie. Ala i Bartek na zmianę stawiają po jednym pionku na wolnym polu. Nie wolno postawić pionka na polu sąsiadującym z już zajętym; sąsiadują pola o numerach różniących się o 1. Pionków nie wolno przesuwać ani usuwać. Osoba, która nie może wykonać dozwolonego ruchu, przegrywa. Ala zaczyna. Ile różnych pierwszych ruchów pozwala jej zapewnić sobie wygraną, niezależnie od późniejszych ruchów Bartka?

Odpowiedź: .....

14. Trasa robota

Robot startuje w A, odwiedza B, C i D - każdy punkt dokładnie raz - i wraca do A. Każdą drogą może jechać w obu kierunkach. Czasy przejazdu wynoszą: A-B: 3 min, A-C: 7 min, A-D: 4 min, B-C: 2 min, B-D: 8 min, C-D: 5 min. Przejazd drogą nie prowadzi przez żaden inny oznaczony punkt. Ile minut trwa najkrótsza możliwa trasa?

Odpowiedź: .....

Klasa VI | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

15. Sześć wież

Z jednakowych sześciennych klocków zbudowano sześć pionowych wież: dwa rzędy po trzy wieże. Każda wieża zawiera co najmniej jeden klocek. Najwyższa wieża w pierwszym rzędzie ma 3 klocki, a w drugim rzędzie 2. Najwyższe wieże w trzech kolumnach, od lewej, mają odpowiednio 2, 3 i 2 klocki. Ile najmniej klocków mogło być użytych łącznie?

Odpowiedź: .....

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zadania 1-10: zaznacz jedną odpowiedź. Zadania 11-15: wpisz krótki wynik.

1. Ile ważą opakowania?

Pełne opakowanie materiału do modeli waży 480 g. Sam materiał stanowi 85% tej masy, a pozostałą część stanowi opakowanie. Ile ważą trzy takie puste opakowania?

A. 72 g

B. 144 g

C. 216 g

D. 408 g

2. Ostatnia porcja farby

Farba do makiety powstaje przez wymieszanie białej i niebieskiej farby w proporcji 3 miarek białej na 2 miarki niebieskiej. Zosia ma 6 miarek białej i 5 miarek niebieskiej farby. Ile najwięcej miarek gotowej mieszanki może przygotować, zachowując tę proporcję? Przyjmij, że objętości farb się dodają.

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

3. Dwie promocyjne trójki

Kupujemy sześć różnych gier w cenach 6 zł, 8 zł, 10 zł, 13 zł, 15 zł i 18 zł. Sklep pozwala podzielić te gry na dwie dowolnie wybrane trójki. W każdej trójce najtańsza gra jest bezpłatna, a za dwie pozostałe płacimy pełne ceny. Ile najmniej zapłacimy za wszystkie sześć gier?

A. 43 zł

B. 49 zł

C. 51 zł

D. 54 zł

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

4. Ta sama objętość

Dwa graniastosłupy mają taką samą objętość. Pierwszy ma pole podstawy 18 cm² i wysokość 10 cm. Pole podstawy drugiego wynosi 30 cm². Jaką wysokość ma drugi graniastosłup?

A. 4 cm

B. 6 cm

C. 10 cm

D. 12 cm

5. Najmniejsza grupa

Każdy uczestnik warsztatów wybrał dokładnie jedną pracownię. Modelarstwo wybrało 37,5% uczestników, rysunek 20%, a pozostali fotografię. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba wszystkich uczestników?

A. 40

B. 20

C. 25

D. 80

6. Dwa numery na pewno

W pudełku leży 15 żetonów z numerami od 1 do 15, każdy numer dokładnie raz. Wybieramy z niego pewną liczbę żetonów. Ile najmniej trzeba wybrać, aby niezależnie od wyboru wśród wybranych żetonów na pewno znalazły się dwa, których numery różnią się o 3 lub o 6?

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

7. Jedna sala dla dwóch zajęć

Zaplanowano sześć zajęć A, B, C, D, E i F w godzinach podanych w tabeli. Każde zajęcia muszą przez cały czas odbywać się w jednej sali. Zajęcia B i E muszą korzystać z tej samej sali. Jedna sala nie może mieścić dwóch zajęć równocześnie, ale następne zajęcia mogą zacząć się w niej dokładnie w chwili zakończenia poprzednich; nie potrzeba czasu na przygotowanie. Ile najmniej sal wystarczy na cały plan?

Zajęcia	Początek	Koniec
A	9:00	11:00
B	9:30	10:00
C	10:00	12:00
D	10:30	11:30
E	11:00	12:00
F	11:30	12:30

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

8. Pomyłka przy odbiorze

Pięć osób zostawiło w szatni po jednym parasolu. Dwa parasole są czerwone, a trzy niebieskie; wszystkie można od siebie odróżnić. Przy odbiorze każda osoba dostała dokładnie jeden parasol i wszystkie parasole wydano. Dokładnie jedna osoba otrzymała swój parasol, a każda z pozostałych dostała parasol w kolorze innym niż kolor jej własnego. Ile różnych przydziałów spełnia te warunki? Rozróżniamy osoby i parasole.

A. 8

B. 12

C. 20

D. 24

9. Trzy obwody pudełka

Trzy ściany prostopadłościanu spotykające się w jednym wierzchołku mają obwody 26 cm, 30 cm i 36 cm. Jaką objętość ma ten prostopadłościan?

A. 400 cm^3

B. 260 cm^3

C. 360 cm^3

D. 480 cm^3

10. Kiedy dzielenie jest dokładne?

Dla naturalnej liczby n większej od 1 dzielimy liczbę $n + 2$ przez liczbę $n - 1$. Dla ilu różnych wartości n wynik tego dzielenia jest liczbą całkowitą?

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

11. Pięć ważeń

Pięć woreczków oznaczono literami A, B, C, D i E. Zważono je parami. A i B ważą razem 13 g; B i C - 18 g; C i D - 21 g; D i E - 17 g; E i A - 11 g. Ile waży woreczek A?

Odpowiedź: .....

12. Pakiety na wystawę

Na wystawę potrzeba co najmniej 44 jednakowych etykiet. Można kupować tylko pełne pakiety: mały pakiet zawiera 6 etykiet i kosztuje 17 zł, a duży zawiera 10 etykiet i kosztuje 25 zł. Można kupić dowolną liczbę pakietów każdego rodzaju; niewykorzystane etykiety mogą zostać. Jaki jest najmniejszy możliwy koszt zakupu?

Odpowiedź: .....

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

13. Ruchomy chodnik

Lena przechodzi od początku do końca ruchomego chodnika. Gdy chodnik jest wyłączony, zajmuje jej to 60 sekund. Gdy chodnik jest włączony, a Lena idzie w kierunku jego ruchu, przejście tej samej drogi trwa 40 sekund. Lena w obu próbach idzie ze stałą, taką samą prędkością względem powierzchni chodnika. Włączony chodnik porusza się ze stałą prędkością. Ile sekund trwałby przejazd od początku do końca, gdyby Lena stała nieruchomo na włączonym chodniku?

Odpowiedź: .....

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

14. Dwa urządzenia, trzy plakaty

Trzy plakaty A, B i C trzeba najpierw wydrukować, a potem zalaminować. Czasy podano w tabeli. Mamy jedną drukarkę i jeden laminator; każde urządzenie obsługuje najwyżej jeden plakat naraz, ale oba mogą jednocześnie pracować nad różnymi plakatami. Nie wolno przerywać rozpoczętej czynności. Laminowanie plakatu można zacząć dopiero po zakończeniu jego drukowania. Na początku żaden plakat nie jest wydrukowany. Przenoszenie plakatów nie zajmuje czasu. Po ilu minutach najwcześniej wszystkie trzy plakaty mogą być gotowe?

Plakat	Drukowanie	Laminowanie
A	4 min	7 min
B	6 min	2 min
C	3 min	5 min

Odpowiedź: .....

Klasa VII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

15. Dwa ułamki jednostkowe

Szukamy dwóch różnych dodatnich ułamków o liczniku 1, których suma wynosi 3/10. Mianowniki mają być liczbami naturalnymi. Zamiana kolejności ułamków nie tworzy nowej pary. Ile różnych par spełnia warunki?

Odpowiedź: .....

Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zadania 1-10: zaznacz jedną odpowiedź. Zadania 11-15: wpisz krótki wynik.

1. Przeliczone wyniki

Sześć liczb ma średnią arytmetyczną równą 8. Każdą z tych liczb przeliczono w ten sam sposób: najpierw pomnożono ją przez 2, a następnie od otrzymanego wyniku odjęto 3. Jaka jest średnia sześciu nowych liczb?

A. 10

B. 11

C. 13

D. 16

2. Kwadraty przy trójkącie

Na każdym boku trójkąta prostokątnego zbudowano kwadrat. Pola dwóch mniejszych kwadratów wynoszą 18 cm² i 31 cm². Jaki obwód ma największy z trzech kwadratów?

A. 14 cm

B. 28 cm

C. 49 cm

D. 196 cm

3. Najpierw pudełko

W pudełku A są 1 czerwony i 1 niebieski żeton. W pudełku B są 1 czerwony i 3 niebieskie żetony. Najpierw losujemy pudełko: każde ma taką samą szansę wyboru. Następnie losujemy jeden żeton z wybranego pudełka; wszystkie żetony w tym pudełku mają jednakowe szanse. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania niebieskiego żetonu?

A. 1/2

B. 2/3

C. 3/4

D. 5/8

Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

4. Pominięte urządzenie

Dziewięć urządzeń do odlewania płynu ma numery od 2 do 10. Płyn przepływa przez nie w kolejności numerów. Urządzenie z numerem k odlewa do osobnego zbiornika dokładnie 1/k ilości płynu, która do niego dotarła, a resztę przekazuje dalej. Do układu wlano 20 litrów. Dokładnie jedno urządzenie pominięto: płyn przeszedł dalej bez odlewania. Po przejściu przez pozostałe osiem urządzeń zostało 2,5 litra. Które urządzenie pominięto?

A. 3

B. 5

C. 6

D. 10

5. Średnia na pozostawionej karcie

Na pięciu kartach zapisano liczby 3, 5, 7, 9 i 11, po jednej na każdej karcie. Losujemy kolejno dwie karty bez zwracania; za każdym razem każda dostępna karta ma jednakową szansę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia arytmetyczna wylosowanych liczb jest liczbą zapisaną na jednej z trzech pozostałych kart?

A. 1/5

B. 2/5

C. 3/10

D. 1/2

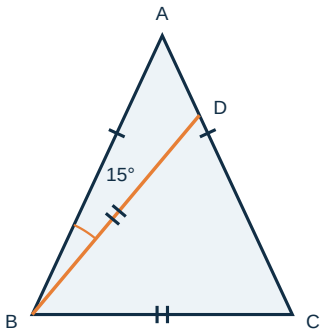
Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

6. Kąt między ramionami

W trójkącie ABC boki AB i AC mają jednakową długość. Punkt D leży na boku AC, pomiędzy A i C. Odcinek BD ma taką samą długość jak bok BC. Kąt ABD ma 15°. Ile stopni ma kąt BAC?



A. 50°

B. 40°

C. 65°

D. 80°

7. Jedna liczba mniej

Na tablicy zapisano iloczyn $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 25$. Ola skreśla dokładnie jedną z tych 25 liczb, a następnie mnoży pozostałe 24 liczby. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba zer na końcu otrzymanego wyniku?

A. 3

B. 5

C. 6

D. 4

Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

8. Klocek w naczyniu

Naczynie ma kształt prostopadłościanu o wewnętrznej podstawie 10 cm × 10 cm i wysokości 12 cm. Woda sięga początkowo do wysokości 6 cm. Na dnie ustawiono szczelny, ciężki klocek prostopadłościenny o podstawie 4 cm × 5 cm i wysokości 8 cm. Klocek nie wchłania wody, nie pływa i żadna woda się nie wylewa. Do jakiej wysokości sięga teraz woda?

A. 6,8 cm

B. 7,2 cm

C. 7,5 cm

D. 8 cm

9. Wzory z dwóch końców

Pasek składa się z sześciu jednakowych kwadratowych pól ułożonych w jednym rzędzie. Dokładnie trzy pola kolorujemy na granatowo, a trzy na pomarańczowo. Dwa paski przedstawiają ten sam wzór, jeśli układ kolorów na jednym jest taki sam jak na drugim albo staje się taki sam po odwróceniu kolejności sześciu pól. Ile różnych wzorów można otrzymać?

A. 8

B. 12

C. 10

D. 20

Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zaznacz jedną odpowiedź.

10. Różnice kwadratów

Ile liczb całkowitych od 1 do 40 włącznie można zapisać jako różnicę kwadratów dwóch nieujemnych liczb całkowitych? Można więc używać także zera, a każdą uzyskaną liczbę liczymy tylko raz.

A. 20

B. 29

C. 40

D. 30

Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

11. Piąta prosta

Cztery różne proste dzielą płaszczyznę. Żadne dwie nie są równoległe i żadne trzy nie przechodzą przez jeden punkt. Dorysowano piątą prostą, różną od poprzednich i nierównoległą do żadnej z nich. Wszystkie pięć prostych dzieli teraz płaszczyznę na dokładnie 14 obszarów. Przez ile punktów przecięcia pierwszych czterech prostych przechodzi piąta prosta?

Odpowiedź: .....

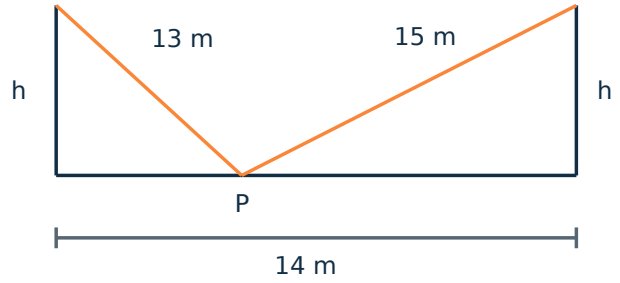
Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

12. Linki dwóch masztów

Dwa pionowe maszty jednakowej wysokości stoją na poziomym podłożu, a odległość między ich podstawami wynosi 14 m. Punkt P leży na odcinku łączącym podstawy. Z punktu P do wierzchołka jednego masztu biegnie prosta, napięta linka długości 13 m, a do wierzchołka drugiego - druga prosta, napięta linka długości 15 m. Jaką wysokość ma każdy maszt? Pomijamy grubość masztów i linek.



Odpowiedź: .....

13. Większy prostokąt

Projektant zmienił prostokąt: jego długość i szerokość zwiększył o 3 cm każdą. Pole prostokąta wzrosło przez to o 63 cm². Jaki był obwód prostokąta przed zmianą?

Odpowiedź: .....

Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

14. Cztery roboty, cztery prace

Cztery roboty R1, R2, R3 i R4 mają wykonać cztery różne prace A, B, C i D. Każdy robot wykonuje dokładnie jedną pracę, a każda praca ma być wykonana przez dokładnie jednego robota. Wszystkie zaczynają równocześnie i działają niezależnie. Czasy wykonania poszczególnych prac (w minutach) podano w tabeli. Po ilu minutach najwcześniej wszystkie cztery prace mogą być gotowe?

Robot	A	B	C	D
R1	4	6	12	14
R2	5	7	11	13
R3	6	8	10	12
R4	9	9	6	5

Odpowiedź: .....

Klasa VIII | Zadania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

Zapisz krótką odpowiedź.

15. Zapis wejść i wyjść

Urządzenie zapisuje znak +, gdy ktoś wchodzi do początkowo pustej sali, i znak −, gdy ktoś z niej wychodzi. Zapis składa się z dokładnie czterech plusów i czterech minusów. W żadnym momencie liczba wyjść nie może przewyższać liczby wcześniejszych wejść; po całym zapisie sala jest pusta. Ile różnych zapisów spełnia te warunki? Liczy się tylko kolejność ośmiu znaków, nie tożsamość osób.

Odpowiedź: .....

Klasa IV | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

1. Wspólne klamerki

Odpowiedź: B. 9

1. Pomiędzy ośmioma rysunkami jest siedem miejsc na wspólne klamerki.

2. Na dwóch końcach rzędu są jeszcze dwie klamerki.

3. Razem użyto 7 + 2 = 9 klamerek.

2. Pięć notesów

Odpowiedź: C. 28 zł

1. Promocyjny zestaw trzech notesów kosztuje 7 + 7 = 14 zł.

2. Możemy kupić jeden zestaw i dwa pojedyncze notesy: 14 + 7 + 7 = 28 zł.

3. Dwa zestawy dałyby sześć notesów, a mamy kupić dokładnie pięć. Bez zestawu zapłacilibyśmy 5 × 7 = 35 zł. Najmniejszy koszt to 28 zł.

3. Kolejka do pracowni

Odpowiedź: D. Dawid

1. Gdyby Ada i Dawid zajmowali pierwsze dwa miejsca, Celina musiałaby być trzecia, a Bartek ostatni. To nie spełnia warunku.

2. Gdyby Ada i Dawid zajmowali drugie i trzecie miejsce, Celina musiałaby być pierwsza, a Bartek znów ostatni.

3. Zatem Ada i Dawid zajmują trzecie i czwarte miejsce. Przed nimi stoją Celina, a następnie Bartek.

4. Jedyna kolejność to: Celina, Bartek, Ada, Dawid. Ostatni jest Dawid.

4. Zegar w przedpokoju

Odpowiedź: C. 10:57

1. Ola musi naprawdę wyjść najpóźniej o 10:50, bo do 11:00 pozostaje wtedy 10 minut.

2. O tej chwili zegar spieszący się o 7 minut pokazuje 10:57.

Klasa IV | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

5. Przestawianie plakietek

Odpowiedź: C. A, C, B, D, E

1. Połączmy w myślach koniec rzędu z jego początkiem. W takim zamkniętym układzie sąsiadami A są B i E.

2. Przeniesienie pierwszej plakietki na koniec nie zmienia par sąsiadów w tym zamkniętym układzie. Odwrócenie całego rzędu zamienia stronę lewą z prawą, ale również nie zmienia tych par.

3. W układzie A, C, B, D, E sąsiadami A byłyby C i E. Tego układu nie można więc otrzymać.

4. Pozostałe układy są osiągalne: E, A, B, C, D powstaje po czterech przeniesieniach pierwszej plakietki na koniec; E, D, C, B, A po jednym odwróceniu; C, D, E, A, B po dwóch przeniesieniach.

6. Przez ogród

Odpowiedź: A. 15 m

1. Przez fontannę i altanę droga ma długość 6 + 4 + 5 = 15 m.

2. Droga brama-fontanna-plac zabaw ma 6 + 11 = 17 m, a brama-altana-plac zabaw także 12 + 5 = 17 m.

3. Pozostała droga bez wracania to brama-altana-fontanna-plac zabaw: 12 + 4 + 11 = 27 m. Powroty tylko wydłużają spacer. Najkrótsza droga ma więc 15 m.

7. Uparta waga

Odpowiedź: D. 12 g

1. Dołożono jedną paczkę, a wskazanie wzrosło z 18 g do 30 g.

2. Ponieważ waga w obu pomiarach dodała ten sam błąd, wzrost 30 − 18 = 12 g jest prawdziwą masą dołożonej paczki.

3. Sprawdzenie: przy masie 12 g waga zawyża wynik o 6 g. Dwie paczki ważą 24 g, a waga pokazuje 24 + 6 = 30 g.

Klasa IV | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

8. Jedno połączenie drugi raz

Odpowiedź: D. C-D

1. Przy stanowisku C każdemu przyjściu kuriera towarzyszy odejście. Przejścia przy C muszą więc dać się połączyć w pary. To samo dotyczy stanowiska D.

2. Do każdego z tych stanowisk dochodzą trzy drogi. Gdyby każdą z nich przejść tylko raz, przy stanowisku byłyby trzy przejścia, których nie da się połączyć w pary.

3. Powtarzana droga musi zatem dochodzić zarówno do C, jak i do D. Może to być tylko droga C-D.

4. Taką trasę można przejść: A → C → D → A → B → C → D → B. Droga C-D występuje dwa razy, każda pozostała raz, a początek i koniec są zgodne z warunkiem.

9. Pytania, które nie wystarczą

Odpowiedź: A. 5 i 7

1. Liczby 5 i 7 dają dokładnie te same odpowiedzi: obie są większe niż 4, żadna nie jest parzysta i żadna nie jest mniejsza niż 3.

2. Powtarzanie tych pytań ani zmiana ich kolejności nie dostarczy nowej informacji. Nie można więc rozróżnić 5 i 7.

3. Liczby 1 i 3 rozróżnia pytanie o liczbę mniejszą niż 3. Liczby 2 i 6 oraz liczby 4 i 8 rozróżnia pytanie o liczbę większą niż 4.

10. Paczuszki z kredkami

Odpowiedź: B. 4

1. Paczuszka z 8 kredkami musi leżeć sama, bo nawet dołożenie najmniejszej dałoby 8 + 3 = 11 kredek.

2. W pozostałych paczuszkach są 7 + 4 + 4 + 4 + 3 = 22 kredki. Nie mieszczą się w dwóch pudełkach, bo te pomieszczą najwyżej 20 kredek.

3. Potrzeba zatem co najmniej czterech pudełek. Cztery wystarczą: [8], [7 i 3], [4 i 4], [4].

Klasa IV | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

11. Czas na oprawę

Odpowiedź: 19

1. Lena może zacząć składać ramkę od razu po włączeniu drukarki.

2. Ramka będzie gotowa po 12 minutach, a wydruk po 15 minutach. Dopiero wtedy można rozpocząć oprawianie plakatu.

3. Oprawianie zajmie kolejne 4 minuty, więc najwcześniej plakat będzie gotowy po 15 + 4 = 19 minutach.

4. Szybciej się nie da: sam wydruk musi być gotowy, zanim zaczną się ostatnie 4 minuty pracy.

12. Nocny kod

Odpowiedź: 5

1. Oznaczmy słońce przez S, księżyc przez K, a gwiazdę przez G.

2. Jeśli drugi symbol to K, otrzymujemy tylko dwa poprawne kody: S K S G K oraz S K G S K.

3. Jeśli drugi symbol to G, otrzymujemy tylko trzy poprawne kody: S G S G K, S G K S K oraz S G K G K.

4. Drugi symbol nie może być S, więc wyczerpaliśmy wszystkie możliwości. Razem jest 2 + 3 = 5 kodów.

13. Stroje drużyn

Odpowiedź: 4

1. Dwie drużyny nie mogą mieć jednocześnie jednakowych kolorów czapki i koszulki: różniłyby się wtedy najwyżej chustą, czyli tylko jednym elementem.

2. Możliwe są cztery pary kolorów czapki i koszulki: granatowy-granatowy, granatowy-pomarańczowy, pomarańczowy-granatowy oraz pomarańczowy-pomarańczowy. Drużyn może być zatem najwyżej cztery.

3. Cztery drużyny można ubrać tak, zapisując kolejno kolory czapki, koszulki i chusty: GGG, GPP, PGP oraz PPG. Litera G oznacza granatowy, a P pomarańczowy.

4. Każde dwa z tych czterech zestawów różnią się dokładnie w dwóch miejscach. Cztery stroje spełniają więc warunek i jest to największa możliwa liczba.

Klasa IV | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

14. Dwie prawdziwe wskazówki

Odpowiedź: 5

1. Pary z większą liczbą 5 to (1, 5), (2, 5), (3, 5) i (4, 5). W każdej dokładnie dwie wskazówki są prawdziwe: trzecia i jedna z dwóch pierwszych.

2. Gdy większą liczbą jest 6, trzecia wskazówka jest fałszywa. Obie pierwsze muszą być prawdziwe. Spełnia je tylko para (2, 6): suma wynosi 8, a wynik mnożenia 12.

3. Gdy obie liczby są mniejsze niż 5, ich największa możliwa suma to 3 + 4 = 7. Pierwsza i trzecia wskazówka są wtedy fałszywe, więc takich par nie wybieramy.

4. Możliwych par jest 4 + 1 = 5.

15. Dwa sposoby na wygraną

Odpowiedź: 9

1. Oskar powinien postawić X na polu 9.

2. Wtedy do ukończenia prawej kolumny 3, 6, 9 brakuje mu pola 3, a do ukończenia przekątnej 1, 5, 9 pola 5.

3. Ola może zająć co najwyżej jedno z pól 3 i 5. Oskar zajmie drugie i wygra. Ola nie może w swoim ruchu wygrać wcześniej, bo jej obecne pola 2 i 4 nie leżą w jednej zwycięskiej linii.

4. Pozostałe ruchy nie zapewniają takiej wygranej: po X na 3 lub 5 Ola blokuje pole 9; po X na 7 lub 8 Oskar nie ma żadnej linii, którą mógłby uzupełnić jednym kolejnym X.

Klasa V | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

1. Trzy dni pracy

Odpowiedź: A. 1/10

1. W poniedziałek i wtorek pomalowano 3/10 + 4/10 = 7/10 planszy.

2. Na środę zostało 10/10 − 7/10 = 3/10 planszy.

3. We wtorek pomalowano o 4/10 − 3/10 = 1/10 całej planszy więcej niż w środę.

2. Dwa znaczki

Odpowiedź: C. 44 cm²

1. Pole jednego znaczka wynosi 6 × 4 = 24 cm², a suma pól dwóch znaczków to 48 cm².

2. Wspólny kwadrat ma pole 2 × 2 = 4 cm². W sumie 48 cm² policzono go dwukrotnie.

3. Odejmujemy jedno pole wspólnego kwadratu: 48 − 4 = 44 cm².

3. Trzy kolory po wymianach

Odpowiedź: B. 3

1. Jeden granatowy żeton odpowiada dwóm białym, a jeden pomarańczowy - trzem granatowym, czyli sześciu białym.

2. Zestaw złożony z jednego żetonu każdego koloru odpowiada zatem 1 + 2 + 6 = 9 białym. Wymiany nie zmieniają łącznej wartości liczonej w białych żetonach.

3. Z początkowych 27 białych można więc otrzymać 27 : 9 = 3 takie zestawy. Każdego koloru muszą być 3 żetony.

4. Taki stan jest osiągalny: zostawiamy 3 białe, a pozostałe 24 wymieniamy na 12 granatowych. Zostawiamy 3 granatowe, a pozostałe 9 wymieniamy na 3 pomarańczowe.

4. Najkrótszy z pasujących pasków

Odpowiedź: D. 0,605 m

1. Możemy zapisać długości tak: 0,580 m, 0,650 m, 0,605 m oraz 0,600 m.

2. Dłuższe niż 0,600 m są tylko paski 0,650 m i 0,605 m.

3. Krótszy z nich ma długość 0,605 m.

Klasa V | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

5. Dziurki w złożonym pasku

Odpowiedź: D. 6 cm

1. Na pasku złożonym do długości 10 cm dziurka jest oddalona od jednego końca o 3 cm, a od drugiego o 7 cm.

2. Rozkładamy tylko ostatnie zgięcie, uzyskując pasek długości 20 cm. Dziurki mogą leżeć 3 i 17 cm od jego końca albo 7 i 13 cm od tego końca. Zależy to od tego, przy którym końcu przekłuto pasek.

3. Po całkowitym rozłożeniu otrzymujemy położenia 3, 17, 23, 37 cm albo 7, 13, 27, 33 cm, liczone od jednego końca paska.

4. W pierwszym przypadku odstępy kolejnych dziurek wynoszą 14, 6 i 14 cm, a w drugim 6, 14 i 6 cm. W obu przypadkach najmniejszy odstęp ma 6 cm.

6. Tablica podzielona na dwie części

Odpowiedź: C. 44 cm

1. Suma obwodów obu części wynosi $26 + 34 = 60$ cm.

2. W tej sumie każdy odcinek zewnętrznego brzegu tablicy policzono raz, a wewnętrzny odcinek podziału - dwa razy.

3. Obwód całej tablicy wynosi więc $60 - 8 - 8 = 44$ cm.

7. Trzy odczyty z regału

Odpowiedź: B. 4

1. Na półkach 3 i 4 stoi razem $21 - 5 = 16$ figurek.

2. Na półkach 2, 3 i 4 jest 24 figurki, więc na półce 2 stoi $24 - 16 = 8$ figurek.

3. Na pierwszych trzech półkach jest 18 figurek. Na trzeciej stoi zatem $18 - 6 - 8 = 4$ figurki.

Klasa V | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

8. Nierówne kawałki papieru

Odpowiedź: D. 1/3

1. Możemy pomocniczo podzielić każdy z czterech pasów na trzy równe części. Cały arkusz ma wtedy 12 części o jednakowych polach.

2. Pomalowany duży pas zajmuje 3 takie części, a pomalowany mały kawałek jeszcze 1. Pomalowano więc 4 z 12 części.

3. Dwanaście części można podzielić na trzy grupy po cztery. Pomalowane pole stanowi zatem 1/3 całego arkusza.

9. Dwie różnice w zestawie

Odpowiedź: A. 18

1. Możemy wybrać trzy pary kształtów: koło i kwadrat, koło i trójkąt albo kwadrat i trójkąt.

2. Dla ustalonej pary kształtów pierwszy kształt może mieć jeden z 3 kolorów. Drugi musi mieć inny kolor, więc ma 2 możliwości. Daje to $3 \times 2 = 6$ zestawów.

3. Łącznie jest $6 + 6 + 6 = 18$ zestawów. Każdy został policzony raz, przy swojej parze kształtów.

10. Sześć odległości

Odpowiedź: C. 3 cm

1. Skrajne punkty dzieli 6 cm. Oznaczmy ich położenia liczbami 0 i 6. Pozostałe punkty muszą leżeć przy liczbach całkowitych od 1 do 5, bo ich odległości od punktu 0 są całkowitymi liczbami centymetrów.

2. Odległość 5 cm może łączyć tylko położenia 0 i 5 albo 1 i 6. Po ewentualnym odwróceniu rysunku możemy przyjąć, że jeden z punktów wewnętrznych leży przy liczbie 1.

3. Drugi punkt wewnętrzny może wtedy leżeć tylko przy liczbie 2, 3, 4 albo 5.

4. Położenie 2 powtarza odległość 1, położenie 3 powtarza odległość 3, a położenie 5 powtarza odległość 1. Pozostaje położenie 4.

5. Punkty przy 0, 1, 4 i 6 dają odległości 1, 4, 6, 3, 5 i 2. Dwa środkowe punkty dzieli $4 - 1 = 3$ cm.

Klasa V | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

11. Rosnący szereg modeli

Odpowiedź: 3

1. Nie można zachować jednocześnie modeli wysokości 7 i 4 cm: wyższy stoi przed niższym. Tak samo nie można zachować obu modeli z par 8 i 5 cm oraz 11 i 10 cm.

2. Te trzy pary nie mają wspólnych modeli. Z każdej trzeba więc usunąć co najmniej jeden model, czyli łącznie przynajmniej 3.

3. Trzy usunięcia wystarczą: usuwamy modele wysokości 7, 8 i 11 cm. Zostają kolejno 3, 4, 5, 9 i 10 cm, a każdy kolejny jest wyższy. Minimum wynosi 3.

12. Terminarz bez zbędnych przerw

Odpowiedź: 2

1. Bez przerwy po meczu A-B można rozegrać tylko C-D. Analogicznie pozostałe pary meczów bez wspólnych drużyn to A-C z B-D oraz A-D z B-C.

2. Nie można rozegrać trzech meczów pod rząd bez żadnej przerwy: po dowolnym meczu jest tylko jeden mecz bez wspólnej drużyny, a po nim powrót do pierwszej pary oznaczałby powtórzenie już rozegranego meczu.

3. Sześć meczów trzeba więc podzielić na co najmniej trzy grupy, po najwyżej dwa mecze bez przerwy w każdej. Między trzema grupami są co najmniej dwie przerwy.

4. Dwie przerwy wystarczą: A-B, C-D, przerwa, A-C, B-D, przerwa, A-D, B-C. Zatem najmniejsza liczba przerw to 2.

Klasa V | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

13. Dwa stosy do wyboru

Odpowiedź: 15

1. Suma wszystkich liczb wynosi 4 + 5 + 6 + 8 + 9 = 32. Kaja może dostać stos o mniejszej sumie, więc aby zapewnić sobie 16 punktów, musiałaby podzielić karty na dwie równe sumy po 16. Większego wyniku nie zapewni, bo na dwóch stosach zabrakłoby punktów.

2. Stosu o sumie 16 nie da się utworzyć. Gdyby zawierał kartę 9, pozostałe karty musiałyby dać 7. Żadna z kart 4, 5, 6 i 8 nie ma wartości 7, a już dwie najmniejsze dają 9.

3. Jeśli w stosie nie ma 9, ale jest 8, z kart 4, 5 i 6 trzeba byłoby dołożyć sumę 8. To także niemożliwe: jedna karta nie wystarcza, a dwie dają co najmniej 9. Bez kart 9 i 8 nawet wszystkie pozostałe dają tylko 4 + 5 + 6 = 15.

4. Podział na stosy [6, 9] oraz [4, 5, 8] daje sumy 15 i 17. Niezależnie od wyboru Leona Kaja dostanie co najmniej 15 punktów. To największy wynik, który może sobie zapewnić.

14. Najkrótszy zapis kontrolny

Odpowiedź: 7

1. Zapis z sześciu liter ma dokładnie cztery fragmenty trzyliterowe: zaczynające się na miejscach 1, 2, 3 i 4. Przy pięciu literach byłoby ich tylko trzy.

2. Aby sześć liter wystarczyło, te cztery fragmenty musiałyby być dokładnie fragmentami AAA, ABB, BBA i BAB, w jakiejś kolejności.

3. Fragment przesunięty o jedno miejsce względem AAA musi zaczynać się od AA albo kończyć na AA. Żaden z trzech pozostałych wymaganych fragmentów nie ma tej własności.

4. W zapisie sześcioliterowym AAA ma przynajmniej jeden sąsiedni fragment trzyliterowy. Nie może to być żaden z pozostałych wymaganych fragmentów, więc sześć liter nie wystarczy.

5. Siedem liter wystarczy: AAABBAB. Fragment AAA zaczyna się na miejscu 1, ABB na 3, BBA na 4, a BAB na 5. Minimum wynosi 7.

Klasa V | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

15. Iloraz taki jak reszta

Odpowiedź: 6

1. Gdyby reszta wynosiła co najmniej 8, iloraz też wynosiłby co najmniej 8, a dzielnik co najmniej 9. Dzielona liczba byłaby wtedy nie mniejsza niż $8 \times 9 + 8 = 80$. To za dużo.

2. Reszta może więc wynosić najwyżej 7. Gdyby reszta i iloraz wynosiły 7, po odjęciu reszty zostałoby $72 - 7 = 65$. Ta liczba musiałaby być równa siedmiokrotności dzielnika. Jednak $7 \times 9 = 63$, a $7 \times 10 = 70$, więc 65 nie jest wielokrotnością 7.

3. Reszta 6 jest możliwa: $72 = 6 \times 11 + 6$. Iloraz i reszta są równe 6, a reszta jest mniejsza od dzielnika 11.

4. Największa możliwa reszta wynosi zatem 6.

Klasa VI | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

1. Dwa kolory na pasku

Odpowiedź: A. 1/6

1. Niebieskich pól jest 2/3 · 18 = 12, czyli są to pola od 1 do 12.

2. Żółtych pól jest 1/2 · 18 = 9, czyli są to pola od 10 do 18.

3. Oba kolory mają pola 10, 11 i 12. Stanowią one 3/18 = 1/6 całego paska.

2. Błąd w zapisie

Odpowiedź: B. 11

1. Początkowa suma czterech zapisanych liczb wynosi 4 · 13 = 52.

2. Poprawienie 18 na 10 zmniejsza sumę o 8. Prawidłowa suma to 44.

3. Nowa średnia wynosi 44 : 4 = 11.

3. Dwa sklejone klocki

Odpowiedź: C. 112 cm²

1. Jeden klocek ma pole powierzchni 2 · (2 · 3 + 2 · 5 + 3 · 5) = 62 cm². Dwa osobne klocki mają łącznie 124 cm².

2. Najmniejsza ściana ma pole 2 · 3 = 6 cm². Sklejenie takich ścian usuwa z powierzchni zewnętrznej 12 cm².

3. Największe możliwe pole wynosi 124 − 12 = 112 cm². Sklejenie większych ścian zmniejszyłoby je bardziej.

4. Blisko punktu na osi

Odpowiedź: D. 7

1. Liczby odległe od −3 dokładnie o 4 to −7 i 1.

2. Szukamy liczb całkowitych leżących ściśle między nimi: −6, −5, −4, −3, −2, −1 i 0.

3. Jest ich 7.

Klasa VI | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

5. Dwa automaty rachunkowe

Odpowiedź: A. Wynik A jest o 1,5 większy od wyniku B.

1. Oba automaty zawierają w wyniku połowę wpisanej liczby.

2. Automat A dodaje do tej połowy 3. Automat B dodaje tylko połowę liczby 3, czyli 1,5.

3. Wynik A jest więc zawsze większy o $3 - 1{,}5 = 1{,}5$.

6. Jedna karta zostaje

Odpowiedź: A. 4

1. Suma liczb od 1 do 9 wynosi 45. Gdyby wszystkie cztery pary miały sumę 8, suma wybranych kart wynosiłaby 32. Każda para o sumie 11 zamiast 8 zwiększa ten wynik o 3.

2. Możliwe sumy wybranych kart to zatem 32, 35, 38, 41 i 44. Na pominiętej karcie musiałaby być odpowiednio liczba 13, 10, 7, 4 albo 1. Spośród dostępnych kart możliwe są więc tylko 7, 4 i 1.

3. Nie można pominąć karty 7. Wtedy karta 1 nie znalazłaby partnera: aby uzyskać 8, potrzebowałaby 7, a aby uzyskać 11 - niedostępnej karty 10.

4. Kartę 4 można pominąć, tworząc pary (1, 7), (2, 9), (3, 8), (5, 6). Ich sumy to 8, 11, 11 i 11. Największa możliwa pominięta liczba to 4.

7. Dwa pasy płytek

Odpowiedź: B. 54 cm²

1. Dwa dłuższe boki mają łącznie taką długość jak trzy krótsze. Możemy więc podzielić krótszy bok na dwie jednakowe części, a dłuższy na trzy takie części.

2. Szerokość dużego prostokąta ma sześć takich części. Jego wysokość to wysokości obu pasów, czyli dwie części i trzy części: razem pięć.

3. Obwód dużego prostokąta składa się z $2 \cdot (6 + 5) = 22$ części. Jedna ma długość $66 : 22 = 3$ cm.

4. Boki płytki mają $2 \cdot 3 = 6$ cm i $3 \cdot 3 = 9$ cm. Jej pole wynosi $6 \cdot 9 = 54$ cm².

Klasa VI | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

8. Linia przez płytki

Odpowiedź: B. 8

1. Między sześcioma kolumnami jest pięć wewnętrznych linii pionowych, a między czterema rzędami - trzy poziome. Odcinek przecina każdą z nich.

2. Linie poziome leżą na 1/4, 1/2 i 3/4 wysokości podłogi. Odcinek przecina je odpowiednio po przebyciu 1/4, 1/2 i 3/4 szerokości, czyli po 1,5, 3 oraz 4,5 szerokości płytki.

3. Tylko środkowe przecięcie leży też na wewnętrznej linii pionowej. Punkt ten policzylibyśmy dwa razy, dlatego różnych punktów przejścia między płytkami jest $5 + 3 - 1 = 7$.

4. Przed pierwszym przejściem jesteśmy we wnętrzu jednej płytki. Każde z siedmiu przejść prowadzi do wnętrza jednej następnej płytki, także przejście przez środkowy narożnik. Odcinek przechodzi więc przez wnętrza $1 + 7 = 8$ płytek.

9. Równa powierzchnia ramki i środka

Odpowiedź: B. 2 cm

1. Kartka ma pole $16 \cdot 12 = 192$ cm². Niepomalowany środek powinien mieć 96 cm².

2. Dla szerokości 1 cm środek ma wymiary 14 cm × 10 cm i pole 140 cm². Dla 2 cm ma 12 cm × 8 cm, czyli 96 cm².

3. Szersza ramka daje już mniejsze pole środka. Szukana szerokość wynosi 2 cm.

10. Cztery karty, dwa ułamki

Odpowiedź: B. 23/6

1. Aby suma była największa, liczby 2 i 3 powinny być w mianownikach, a 4 i 5 w licznikach. Gdy mniejsza liczba jest w liczniku, a większa w mianowniku, zamiana tych kart zwiększa sumę: albo powiększa jeden ułamek, albo jednocześnie powiększa licznik jednego ułamka i zmniejsza mianownik drugiego.

2. Pozostają dwa różne ustawienia: $5/2 + 4/3 = 15/6 + 8/6 = 23/6$ oraz $4/2 + 5/3 = 12/6 + 10/6 = 22/6$.

3. Największa suma wynosi 23/6.

Klasa VI | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

11. Przekątna trapezu

Odpowiedź: 4 cm

1. Wysokość każdego z obu trójkątów, opuszczona na odpowiednią podstawę trapezu, wynosi 4 cm.

2. Z wzoru na pole trójkąta długości podstaw wynoszą $2 \cdot 14 : 4 = 7$ cm oraz $2 \cdot 22 : 4 = 11$ cm.

3. Różnica wynosi $11 - 7 = 4$ cm.

12. Żetony między sąsiadami

Odpowiedź: 2

1. Żeton w A otrzymuje 0 punktów, w B - 1, w C - 2, w D - 3, a w E - 4. Punkty zależą tylko od pudełka, w którym żeton właśnie leży.

2. W każdym ruchu jeden z dwóch żetonów przesuwa się w lewo i traci 1 punkt. Drugi przesuwa się w prawo i zyskuje 1 punkt. Łączna liczba punktów nie zmienia się.

3. Na początku mamy $6 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 12$ punktów. Na końcu pojedyncze żetony w B i D dają $1 + 3 = 4$ punkty. Pudełko C jest puste, a żetony w A nie dodają punktów.

4. Na żetony w E pozostaje więc $12 - 4 = 8$ punktów. Każdy z nich daje 4 punkty, zatem w E są $8 : 4 = 2$ żetony.

5. Opisany stan można osiągnąć: wybieramy kolejno pudełka B, B, B, C, D, C, B, D, C i w każdym wykonujemy podany ruch. Na końcu liczby żetonów w A, B, C, D, E wynoszą 4, 1, 0, 1, 2.

Klasa VI | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

13. Gra na siedmiu polach

Odpowiedź: 3

1. Pole 1 jest symetryczne do 7, pole 2 do 6, a pole 3 do 5. Wystarczy więc osobno rozpatrzyć pierwsze ruchy na polach 1, 2, 3 i 4.

2. Po ruchu Ali na pole 2 dostępne są pola 4, 5, 6 i 7. Niezależnie od tego, które wybierze Bartek, zostanie jedno dostępne pole albo dwa sąsiednie pola. Ala stawia pionek na jednym z nich i Bartek nie ma już ruchu. Pole 2 daje wygraną; z symetrii tak samo pole 6.

3. Po ruchu Ali na pole 4 zostają dwie pary sąsiednich pól: 1, 2 oraz 6, 7. Bartek zajmie pole z jednej pary i zablokuje drugie pole tej pary. Ala zajmie pole z pozostałej pary i wygra.

4. Jeśli Ala zacznie na polu 1, Bartek może zająć pole 5. Wtedy dostępne zostają tylko pola 3 i 7. Ala zajmie jedno, Bartek drugie i to Ala nie będzie miała kolejnego ruchu. Pierwszy ruch na 1 nie zapewnia jej wygranej; tak samo ruch na 7.

5. Jeśli Ala zacznie na polu 3, Bartek może zająć pole 5. Dostępne zostają tylko pola 1 i 7. Znów Ala zajmie jedno, a Bartek drugie i wygra. Z symetrii pierwszy ruch na polu 5 także nie zapewnia Ali wygranej.

6. Wygraną zapewniają dokładnie pierwsze ruchy na polach 2, 4 i 6, czyli 3 różne ruchy.

14. Trasa robota

Odpowiedź: 14

1. Trasa A-B-C-D-A trwa 3 + 2 + 5 + 4 = 14 minut.

2. Dwie pozostałe możliwości, z pominięciem jazdy w odwrotną stronę, to A-B-D-C-A: 23 minuty oraz A-C-B-D-A: 21 minut.

3. Wyczerpaliśmy wszystkie kolejności odwiedzin trzech punktów, więc najkrótszy czas wynosi 14 minut.

Klasa VI | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

15. Sześć wież

Odpowiedź: 10

1. W pierwszej kolumnie potrzeba co najmniej 2 + 1 = 3 klocków. W drugiej co najmniej 3 + 1 = 4, a w trzeciej co najmniej 2 + 1 = 3. Razem co najmniej 10.

2. Tyle wystarczy: w pierwszym rzędzie ustawiamy wieże o wysokościach 1, 3, 2, a w drugim 2, 1, 1.

3. Maksima rzędów to 3 i 2, a kolumn 2, 3 i 2. Wszystkie warunki są spełnione, więc minimum wynosi 10.

Klasa VII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

1. Ile ważą opakowania?

Odpowiedź: C. 216 g

1. Opakowanie stanowi 100% − 85% = 15% masy pełnej paczki.

2. Jedno opakowanie waży 15% · 480 g = 72 g.

3. Trzy puste opakowania ważą 3 · 72 g = 216 g.

2. Ostatnia porcja farby

Odpowiedź: B. 10

1. Do 6 miarek białej farby potrzeba 4 miarek niebieskiej, bo obie ilości z przepisu podwajamy.

2. Powstaje 6 + 4 = 10 miarek mieszanki, a 1 miarka niebieskiej zostaje.

3. Większa ilość mieszanki wymagałaby więcej niż 6 miarek białej farby. Nie można więc przygotować jej więcej.

3. Dwie promocyjne trójki

Odpowiedź: C. 51 zł

1. Wszystkie ceny sumują się do 70 zł. Aby zapłacić jak najmniej, chcemy uzyskać jak największą łączną cenę dwóch bezpłatnych gier.

2. W trójce zawierającej grę za 6 zł to właśnie ona będzie bezpłatna. W drugiej trójce najtańsza gra nie może kosztować więcej niż 13 zł: są tylko dwie gry droższe niż 13 zł, a trójka wymaga trzech gier.

3. Łączny rabat nie przekroczy więc 6 + 13 = 19 zł. Osiągamy go, tworząc trójki (6, 8, 10) oraz (13, 15, 18).

4. Najmniejsza zapłata wynosi 70 − 19 = 51 zł.

4. Ta sama objętość

Odpowiedź: B. 6 cm

1. Objętość pierwszego graniastosłupa wynosi 18 · 10 = 180 cm^3.

2. W drugim 30 · h = 180, więc h = 6 cm.

Klasa VII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

5. Najmniejsza grupa

Odpowiedź: A. 40

1. 37,5% = 3/8, więc liczba wszystkich uczestników musi być podzielna przez 8.

2. 20% = 1/5, więc ta sama liczba musi być podzielna przez 5. Najmniejsza dodatnia wspólna wielokrotność 8 i 5 to 40.

3. Dla 40 osób otrzymujemy 15 w modelarstwie, 8 na rysunku i 17 na fotografii. Taki podział jest możliwy.

6. Dwa numery na pewno

Odpowiedź: B. 7

1. Podzielmy numery na sześć grup: {1, 4, 7}, {2, 5, 8}, {3, 6, 9}, {10, 13}, {11, 14}, {12, 15}. W każdej grupie każde dwa różne numery różnią się o 3 lub o 6.

2. Jeśli wybierzemy siedem żetonów, przynajmniej dwa muszą pochodzić z tej samej grupy, bo grup jest tylko sześć. Te dwa żetony spełniają warunek.

3. Sześć nie wystarczy: możemy wybrać numery 1, 2, 3, 10, 11 i 12. W obrębie każdej z trójek różnice to 1 lub 2, a pomiędzy trójkami - od 7 do 11. Nie ma różnicy 3 ani 6.

4. Najmniejsza liczba zapewniająca sukces to 7.

7. Jedna sala dla dwóch zajęć

Odpowiedź: C. 4

1. Zarezerwujmy jedną salę wspólną dla B i E. Zajęcia A nie mogą się w niej odbywać, bo od 9:30 do 10:00 trwałyby równocześnie z B. Zajęcia C nie mogą jej użyć, bo od 11:00 do 12:00 pokrywają się z E. Zajęcia D również nie mogą jej użyć, bo od 11:00 do 11:30 pokrywają się z E.

2. Od 10:30 do 11:00 zajęcia A, C i D odbywają się jednocześnie. Potrzebują więc trzech różnych sal, innych niż wspólna sala B i E. Łącznie trzeba mieć co najmniej cztery sale.

3. Cztery wystarczają: w pierwszej sali odbywają się B i E, w drugiej A, w trzeciej C, a w czwartej najpierw D, potem F. Zajęcia D kończą się dokładnie o 11:30, gdy zaczynają się F.

4. Najmniejsza liczba sal wynosi 4. Sama największa liczba jednoczesnych zajęć, równa 3, nie wystarcza z powodu dodatkowego warunku wspólnej sali dla B i E.

Klasa VII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

8. Pomyłka przy odbiorze

Odpowiedź: B. 12

1. Własny parasol nie może trafić do właściciela czerwonego parasola. Wtedy poza nim zostałby tylko jeden czerwony parasol, a potrzebowałyby ich trzy osoby mające własne parasole niebieskie.

2. Własny parasol musi więc dostać jedna z trzech osób z niebieskimi parasolami. Są trzy możliwości wyboru tej osoby.

3. Zostają dwie osoby, które potrzebują czerwonych parasoli, i dwa czerwone parasole. Można je rozdać na dwa sposoby. Pozostałe dwie osoby muszą dostać dwa niebieskie parasole - też na dwa sposoby.

4. Dla każdej osoby z własnym parasolem otrzymujemy $2 \cdot 2 = 4$ przydziały. Łącznie jest ich $3 \cdot 4 = 12$. W każdym dokładnie jedna osoba ma własny parasol, bo wszystkie pozostałe otrzymują inny kolor.

9. Trzy obwody pudełka

Odpowiedź: A. 400 cm³

1. Sumy par długości krawędzi wynoszą 13, 15 i 18 cm. Dodając je, otrzymujemy dwa razy sumę trzech różnych wymiarów: $13 + 15 + 18 = 46$.

2. Suma trzech wymiarów wynosi więc 23 cm. Same wymiary to $23 - 18 = 5$ cm, $23 - 15 = 8$ cm i $23 - 13 = 10$ cm.

3. Objętość wynosi $5 \cdot 8 \cdot 10 = 400$ cm³.

10. Kiedy dzielenie jest dokładne?

Odpowiedź: C. 2

1. Liczbę $n + 2$ można zapisać jako $(n - 1) + 3$. Po dzieleniu otrzymujemy 1 oraz dodatkowo $3 : (n - 1)$.

2. Wynik jest całkowity dokładnie wtedy, gdy dodatnia liczba $n - 1$ jest dzielnikiem 3. Może więc wynosić 1 albo 3.

3. Odpowiadają temu $n = 2$ oraz $n = 4$. Są dwie wartości.

Klasa VII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

11. Pięć ważeń

Odpowiedź: 5 g

1. Suma wyników pięciu ważeń wynosi 13 + 18 + 21 + 17 + 11 = 80 g. Każdy woreczek wystąpił dokładnie w dwóch ważeniach, więc wszystkie pięć woreczków waży razem 80 : 2 = 40 g.

2. Woreczki B i C ważą razem 18 g, a D i E razem 17 g. Bez woreczka A mamy więc 18 + 17 = 35 g.

3. Woreczek A waży 40 − 35 = 5 g. Dla sprawdzenia pozostałe woreczki mają masy: B - 8 g, C - 10 g, D - 11 g, E - 6 g; wszystkie podane ważenia się zgadzają.

12. Pakiety na wystawę

Odpowiedź: 117 zł

1. Cztery duże pakiety i jeden mały dają 46 etykiet i kosztują 4 · 25 + 17 = 117 zł.

2. Sprawdzamy mniejszą liczbę dużych pakietów. Przy 0 dużych potrzeba 8 małych: koszt 136 zł. Przy 1 dużym potrzeba 6 małych: 127 zł. Przy 2 dużych potrzeba 4 małych: 118 zł. Przy 3 dużych potrzeba 3 małych: 126 zł.

3. Przy 4 dużych potrzebny jest jeszcze co najmniej 1 mały pakiet. Pięć lub więcej dużych pakietów kosztuje już co najmniej 125 zł.

4. Wszystkie inne możliwości są droższe, więc najmniejszy koszt wynosi 117 zł.

13. Ruchomy chodnik

Odpowiedź: 120

1. Bez pomocy chodnika Lena pokonuje całą drogę w 60 sekund, więc przez 40 sekund samymi krokami pokonuje 40/60 = 2/3 tej drogi.

2. Na włączonym chodniku w tych samych 40 sekundach przebywa całą drogę. Ruch chodnika przesuwa ją więc o pozostałą 1/3 długości.

3. Gdy Lena stoi, przesuwa ją wyłącznie chodnik. Skoro 1/3 drogi pokonuje on w 40 sekund, na całą drogę potrzeba 3 · 40 = 120 sekund.

Klasa VII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

14. Dwa urządzenia, trzy plakaty

Odpowiedź: 17 minut

1. Laminator potrzebuje łącznie 7 + 2 + 5 = 14 minut. Najwcześniej może zacząć po 3 minutach, bo tyle trwa najkrótsze drukowanie. Wszystkie plakaty nie mogą więc być gotowe wcześniej niż po 3 + 14 = 17 minutach.

2. Taką granicę można osiągnąć. Drukujemy najpierw C od minuty 0 do 3, potem A od 3 do 7, a na końcu B od 7 do 13.

3. Laminujemy C od minuty 3 do 8, A od 8 do 15, a B od 15 do 17. Za każdym razem druk danego plakatu jest już ukończony, gdy zaczynamy jego laminowanie.

4. Wszystkie warunki są spełnione, a ostatni plakat jest gotowy po 17 minutach. Jest to najkrótszy możliwy czas.

15. Dwa ułamki jednostkowe

Odpowiedź: 2

1. Niech a będzie mniejszym mianownikiem. Dla $a \leq 3$ już sam ułamek $1/a$ jest większy od $3/10$. Dla $a \geq 7$ suma dwóch ułamków byłaby mniejsza niż $2/7$, a $2/7 < 3/10$. Pozostają $a = 4, 5, 6$.

2. Dla $a = 4$ drugi ułamek to $3/10 - 1/4 = 1/20$. Otrzymujemy parę $1/4$ i $1/20$.

3. Dla $a = 5$ drugi ułamek to $3/10 - 1/5 = 1/10$. Otrzymujemy parę $1/5$ i $1/10$.

4. Dla $a = 6$ drugi ułamek to $3/10 - 1/6 = 2/15$. Aby był równy $1/b$, potrzeba $b = 15/2$, a to nie jest liczba naturalna.

5. Są zatem dokładnie dwie pary.

Klasa VIII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

1. Przeliczone wyniki

Odpowiedź: C. 13

1. Początkowa suma wynosi $6 \cdot 8 = 48$.

2. Podwojenie każdej liczby podwaja sumę do 96. Następnie odejmujemy po 3 od sześciu liczb, czyli łącznie 18.

3. Suma nowych liczb wynosi 78, a średnia $78 : 6 = 13$.

2. Kwadraty przy trójkącie

Odpowiedź: B. 28 cm

1. Największy kwadrat zbudowano na przeciwprostokątnej. Z twierdzenia Pitagorasa jego pole jest sumą pól dwóch mniejszych kwadratów: $18 + 31 = 49$ cm².

2. Kwadrat o polu 49 cm² ma bok długości 7 cm, ponieważ $7^2 = 49$.

3. Jego obwód wynosi $4 \cdot 7 = 28$ cm.

3. Najpierw pudełko

Odpowiedź: D. 5/8

1. Dla pudełka A zapiszmy cztery możliwości: czerwony, czerwony, niebieski, niebieski. Każdy rzeczywisty żeton reprezentujemy dwa razy, więc szanse obu kolorów wewnątrz A pozostają równe.

2. Dla pudełka B mamy cztery możliwości: czerwony, niebieski, niebieski, niebieski. Każda z nich ma taką samą szansę.

3. Pudełka są wybierane z jednakową szansą, a każdemu przypisaliśmy po cztery jednakowo prawdopodobne możliwości. Mamy więc łącznie osiem równych przypadków.

4. Niebieski występuje w dwóch przypadkach dla A i trzech dla B, czyli w pięciu z ośmiu. Szukane prawdopodobieństwo wynosi 5/8.

Klasa VIII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

4. Pominięte urządzenie

Odpowiedź: B. 5

1. Urządzenia przepuszczają kolejno 1/2, 2/3, 3/4, ..., 9/10 dopływającego płynu. Gdy działają wszystkie, ich iloczyn skraca się do 1/10: każdy licznik od 2 do 9 skraca się z takim samym mianownikiem.

2. Przez pełny układ przeszłyby więc 2 litry. Pominięcie jednego urządzenia dało 2,5 litra.

3. Pozostałe urządzenia mnożą ilość płynu przez te same ułamki w obu próbach. Iloraz końcowych ilości, 2 : 2,5 = 4/5, jest zatem właśnie ułamkiem przepuszczanym przez pominięte urządzenie.

4. Urządzenie przepuszczające 4/5 odlewa 1/5. Jego numer to 5.

5. Średnia na pozostawionej karcie

Odpowiedź: B. 2/5

1. Możliwych par bez uwzględniania kolejności jest 10: z pierwszą kartą 4, z drugą 3 dalsze, z trzecią 2 i z czwartą 1. Każda para ma taką samą szansę.

2. Warunek spełniają pary (3, 7), (3, 11), (5, 9) i (7, 11). Ich średnie to odpowiednio 5, 7, 7 i 9; za każdym razem ta karta pozostała.

3. Mamy 4 sprzyjające pary spośród 10, więc prawdopodobieństwo wynosi 4/10 = 2/5.

6. Kąt między ramionami

Odpowiedź: A. 50°

1. Oznaczmy kąt BAC przez x, a oba kąty przy podstawie trójkąta ABC przez y. Mamy $x + 2y = 180°$.

2. W trójkącie BCD boki BC i BD są równe, więc kąty BCD i BDC są równe. Kąt BCD to y, bo punkt D leży na boku AC. Zatem kąt DBC ma $180° - 2y$, czyli x.

3. Cały kąt ABC składa się z kąta ABD równego 15° oraz kąta DBC równego x. Stąd $y = 15° + x$.

4. Podstawiamy: $x + 2(15° + x) = 180°$, więc $3x = 150°$ i $x = 50°$.

Klasa VIII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

7. Jedna liczba mniej

Odpowiedź: D. 4

1. Jedno zero na końcu iloczynu odpowiada jednemu czynnikowi 10, czyli parze czynników 2 i 5.

2. W liczbach od 1 do 25 czynniki 5 pochodzą z liczb 5, 10, 15, 20 i 25. Pierwsze cztery dostarczają po jednej piątce, a 25 dostarcza dwóch. Razem jest sześć piątek.

3. Skreślenie jednej liczby usuwa najwyżej dwie piątki. Osiągamy to, skreślając 25. W iloczynie pozostają wtedy cztery piątki.

4. Dwójek na pewno wystarczy: wśród liczb od 1 do 25 jest dwanaście liczb parzystych, a po skreśleniu dowolnej jednej liczby zostaje co najmniej jedenaście. Każda dostarcza przynajmniej jednej dwójki, a piątek jest najwyżej sześć.

5. Liczbę zer wyznaczają więc piątki. Mniej niż cztery pozostać nie mogą, a po skreśleniu 25 pozostają dokładnie cztery. Minimum wynosi 4.

8. Klocek w naczyniu

Odpowiedź: C. 7,5 cm

1. Objętość wody to $10 \cdot 10 \cdot 6 = 600$ cm³.

2. Poniżej górnej ściany klocka woda zajmuje w każdym poziomym przekroju pole $100 - 4 \cdot 5 = 80$ cm². Do wysokości 8 cm zmieściłoby się tam $80 \cdot 8 = 640$ cm³, więc klocek nie zostanie całkowicie zanurzony.

3. Wysokość wody wynosi $600 : 80 = 7{,}5$ cm. Jest mniejsza od 8 cm, zgodnie z przyjętym obliczeniem.

Klasa VIII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

9. Wzory z dwóch końców

Odpowiedź: C. 10

1. Przy wyróżnionych końcach wybieramy trzy miejsca na granatowe pola. Jeśli pierwsze granatowe pole jest na miejscu 1, dwa następne wybieramy spośród pięciu miejsc: daje to $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ par. Dla pierwszego granatowego pola na miejscach 2, 3 i 4 otrzymujemy odpowiednio 6, 3 i 1 ustawienie. Dalej pierwsze granatowe pole nie może już leżeć. Łącznie jest $10 + 6 + 3 + 1 = 20$ ustawień.

2. Układ identyczny po odwróceniu musiałby mieć takie same kolory na miejscach 1 i 6, 2 i 5 oraz 3 i 4. Każdy kolor występowałby więc parzystą liczbę razy.

3. Tutaj każdy kolor występuje trzy razy. Żaden układ nie jest więc identyczny ze swoim odwróceniem.

4. Każdy wzór policzyliśmy dokładnie dwa razy: w jednej kolejności i w odwróconej. Liczba różnych wzorów wynosi $20 : 2 = 10$.

10. Różnice kwadratów

Odpowiedź: D. 30

1. Każda liczba nieparzysta ma postać $2k + 1 = (k + 1)^2 - k^2$. Zatem wszystkie 20 nieparzystych liczb w podanym zakresie można otrzymać.

2. Każda dodatnia wielokrotność 4 ma postać $4k = (k + 1)^2 - (k - 1)^2$, gdzie $k \geq 1$. W zakresie jest 10 takich liczb.

3. Kwadrat liczby parzystej jest podzielny przez 4, a kwadrat nieparzystej daje resztę 1. Różnica dwóch kwadratów nie może więc dawać reszty 2 przy dzieleniu przez 4.

4. Otrzymujemy dokładnie $20 + 10 = 30$ liczb.

Klasa VIII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

11. Piąta prosta

Odpowiedź: 2

1. Nowa prosta z k różnymi punktami przecięcia jest podzielona na k + 1 części. Każda część rozcina jeden wcześniejszy obszar na dwa, więc przybywa k + 1 obszarów.

2. Zaczynamy od jednej płaszczyzny bez prostych. Pierwsze cztery proste dodają kolejno 1, 2, 3 i 4 obszary, bo nie są równoległe i nie ma wspólnego punktu trzech z nich. Razem jest 1 + 1 + 2 + 3 + 4 = 11 obszarów.

3. Piąta prosta dodała 14 − 11 = 3 obszary. Ma więc dokładnie dwa różne punkty przecięcia z wcześniejszymi prostymi.

4. Piąta prosta przecina każdą z czterech wcześniejszych prostych. W jednym punkcie mogą spotkać się najwyżej dwie z tych czterech, bo wśród nich nie ma trzech przechodzących przez jeden punkt. Aby zmieścić cztery przecięcia w dwóch różnych punktach, w każdym z nich muszą spotkać się po dwie wcześniejsze proste.

5. Zatem oba te punkty są punktami przecięcia pierwszych czterech prostych. Piąta prosta przechodzi przez 2 takie punkty.

12. Linki dwóch masztów

Odpowiedź: 12 m

1. Niech x oznacza odległość w metrach od punktu P do podstawy masztu, do którego biegnie linka długości 13 m. Odległość do drugiej podstawy wynosi wtedy 14 − x metrów.

2. Z twierdzenia Pitagorasa kwadrat wspólnej wysokości wynosi zarówno $13^2 - x^2$, jak i $15^2 - (14 - x)^2$.

3. Porównujemy te zapisy: $169 - x^2 = 225 - (196 - 28x + x^2)$. Po uproszczeniu otrzymujemy $169 = 29 + 28x$, więc $x = 5$.

4. Kwadrat wysokości wynosi $13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$. Wysokość każdego masztu to 12 m.

5. Kontrola drugiej linki: druga odległość na podłożu wynosi 14 − 5 = 9 m, a $9^2 + 12^2 = 15^2$.

Klasa VIII | Rozwiązania

Zestaw treningowy 01 - przygotowanie do etapu I

13. Większy prostokąt

Odpowiedź: 36 cm

1. Początkowe wymiary oznaczmy przez a i b. Nowe pole wynosi $(a + 3)(b + 3) = ab + 3a + 3b + 9$.

2. Przyrost pola to $3a + 3b + 9 = 63$, więc $3(a + b) = 54$ i $a + b = 18$.

3. Początkowy obwód wynosił $2(a + b) = 36$ cm. Nie trzeba znać osobno obu wymiarów.

14. Cztery roboty, cztery prace

Odpowiedź: 10

1. R1, R2 i R3 potrzebują na pracę C lub D co najmniej 10 minut. Aby skończyć wcześniej, każdy z tych trzech robotów musiałby dostać pracę A albo B.

2. Nie da się przydzielić trzem robotom trzech różnych prac, mając tylko A i B. Dlatego czas krótszy niż 10 minut jest niemożliwy.

3. Czas 10 minut jest osiągalny: R1 wykonuje A w 4 minuty, R2 wykonuje B w 7, R3 wykonuje C w 10, a R4 wykonuje D w 5. Wszystkie prace są wtedy gotowe po 10 minutach.

15. Zapis wejść i wyjść

Odpowiedź: 14

1. Dla jednej pary wejście-wyjście możliwy jest tylko zapis $+-$. Dla dwóch par są dwa: $++--$ i $+-+-$. Dla trzech par jest pięć: $+++---$, $++-+--$, $++--+-$, $+-++--$, $+-+-+-$.

2. Teraz rozpatrzmy pierwszą chwilę, w której sala znowu jest pusta. Jeśli następuje po 2 zdarzeniach, początek to $+-$, a pozostałe trzy pary można zapisać na 5 sposobów.

3. Jeżeli pierwszy powrót do pustej sali następuje po 4 zdarzeniach, początek musi być $++--$, a pozostałe dwie pary dają 2 możliwości.

4. Jeżeli następuje po 6 zdarzeniach, między pierwszym + a zamykającym − mieści się poprawny zapis dwóch par, czyli 2 możliwości. Pozostałe dwa znaki to $+-$.

5. Jeżeli następuje dopiero po 8 zdarzeniach, po usunięciu pierwszego + i ostatniego − zostaje poprawny zapis trzech par: 5 możliwości. Suma wynosi $5 + 2 + 2 + 5 = 14$.